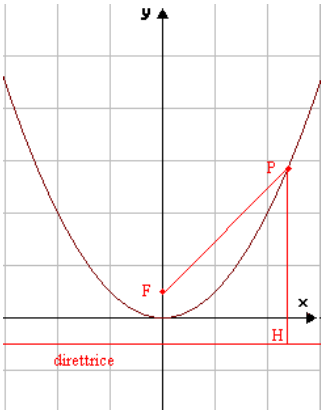
LEZIONE SULLA PARABOLA:

1. dalla definizione di luogo all'equazione della parabola con vertice in (0,0)
2. traslazione ed equazione generale



Dati una retta *r* ed un punto *F*, scegliamo un sistema di riferimento cartesiano ortogonale tale che l'asse della parabola coincida con l'asse delle ordinate, e con origine il punto *V* punto medio tra *F* e *r*. La retta *r* (direttrice) è allora parallela all'asse delle ascisse. Se poniamo F (0, *f*) le coordinate del fuoco, la direttrice avrà equazione *y* = -*f*. Per definizione della parabola come luogo geometrico, detto *P* un qualunque punto della parabola ed *H* il piede della perpendicolare condotta da P alla retta *r* si ha: ***PF=PH*** con

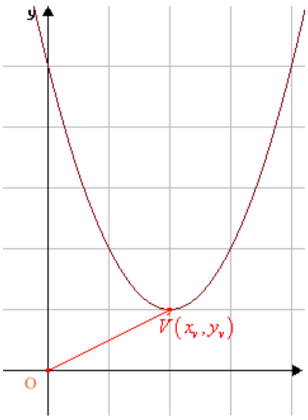
PF=$\sqrt{(x-x_f)^2+(y-y_f)^2}=\sqrt{(x-0)^2+(y-f)^2}$ e PH=$|y-(-k)|=|y+k|$

allora il luogo è rappresentato dall'equazione $(x-0)^2+(y-f)^2=|y+k|^2$ da cui svolgendo i calcoli $x^2+y^2+f^2-2yf=y^2+2yf+f^2$

$$x^2=4yf \quad \rightarrow \quad y=\frac{1}{4f}x^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{y=ax^2} \quad \text{ponendo } \frac{1}{4f}=a$$

$\boxed{\text{parabola con vertice in (0,0)}}$

TROVIAMO ORA LA PARABOLA GENERICA



Partendo da questi risultati si può ora individuare l'equazione di una parabola in una posizione qque nel PC. Infatti se trasliamo la parabola $y=ax^2$ in modo che il vertice si trasformi nel punto $V(x_v;y_v)$

$\begin{cases} x'=x+x_v \\ y'=y+y_v \end{cases}$ cioè $\begin{cases} x=x'-x_v \\ y=y'-y_v \end{cases}$ l'equazione diventa : $\boxed{y-y_v=a(x-x_v)^2}$

Tale equazione rappresenta una $\boxed{\text{parabola con vertice } V(x_v;y_v)}$ qualunque e non più, necessariamente, coincidente con l'origine. Svolgendo i calcoli:

$y-y_v=ax^2+ax_v^2-2axx_v$ cioè

$y=ax^2-2axx_v+y_v+ax_v^2$ ponendo $\begin{cases} -2ax=b \\ y_v+ax_v^2=c \end{cases}$ dalle quali si ricavano $\begin{cases} x_v=-\dfrac{b}{2a} \\ y_v=-\dfrac{\Delta}{4a} \end{cases}$

si ottiene

$$\boxed{y=ax^2+bx+c}$$

che rappresenta $\boxed{\text{l'equazione generale (o canonica) di una parabola con asse parallelo all'asse } y}$.

Le coordinate di vertice fuoco e direttrice diventano quindi

$V\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right) \qquad F\left(-\dfrac{b}{2a};\dfrac{-\Delta+1}{4a}\right) \qquad y=\dfrac{-1-\Delta}{4a}$

OSSERVAZIONE IMPORTANTE

se la parabola la calcoliamo prendendo come direttrice una retta parallela all'asse y si invertono i ruoli di x e y pertanto :

l'equazione è: $x=ay^2+by+c$

Le coordinate di vertice fuoco e direttrice diventano quindi

$V\left(-\dfrac{\Delta}{4a};-\dfrac{b}{2a}\right) \quad F\left(\dfrac{-\Delta+1}{4a};-\dfrac{b}{2a}\right) \quad x=\dfrac{-1-\Delta}{4a}$

prova a costruire direttamente la parabola generica prendendo come fuoco e come direttrice un punto qualunque e una qualunque parallela